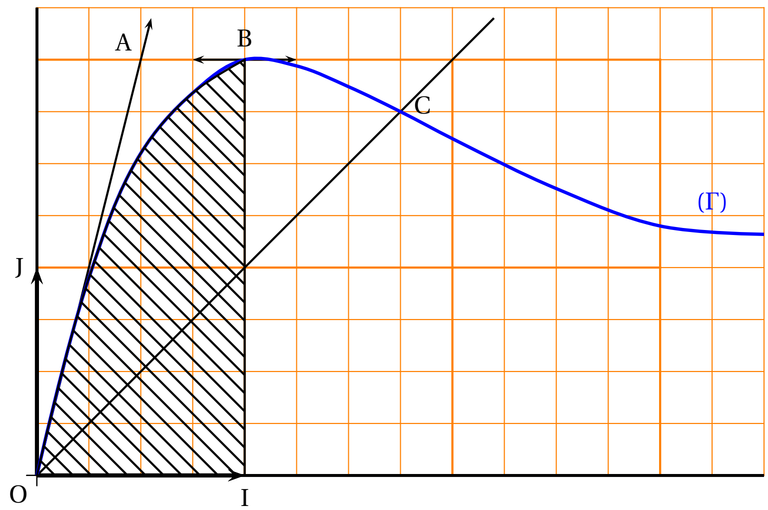
∽ Baccalauréat ES Liban 6 juin 2005 ∾

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

Dans un repère orthonormal du plan $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques 2 cm, la courbe (Γ), tracée ci-dessous, est la représentation graphique d'une fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[0\,;3{,}5]$.

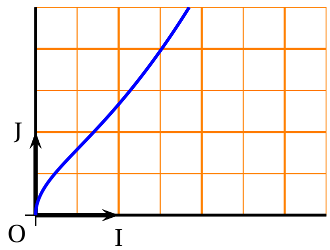
- I et J sont les points du plan tels que $\overrightarrow{OI} = \vec{\imath}$ et $\overrightarrow{OJ} = \vec{\jmath}$;
- C est le point de (Γ) situé sur la bissectrice de $\widehat{IOJ}$;
- (OA) est la tangente en O à (Γ) ;
- $\mathscr{S}$ est la surface hachurée sur la figure ci-dessous :



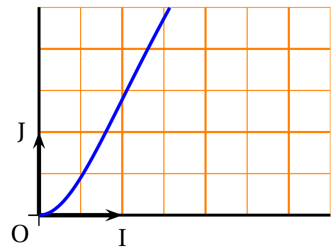
1. Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :
   a. Quel est le tableau de variations de g sur $[0\,;3{,}5]$?
   b. Quelles sont les valeurs de $g'(0)$ et de $g'(1)$?
   c. Quelles sont les coordonnées du point C ?
   d. Résoudre l'inéquation $g(x) \geqslant x$ sur $[0\,;3{,}5]$.
2. Définir la surface $\mathscr{S}$ par un système d'inéquations et déterminer graphiquement un encadrement de l'aire de $\mathscr{S}$ d'amplitude 2 cm^2.

   Rappel : l'aire d'un trapèze est donnée par la formule : $\mathscr{A} = \dfrac{(B+b)\times h}{2}$ *où* B *et* b *sont les bases du trapèze et* h *sa hauteur.*
3. On suppose que l'une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la primitive de la fonction g s'annulant en 0. En justifiant l'élimination de deux des courbes, indiquer celle qui est la représentation graphique de cette primitive.

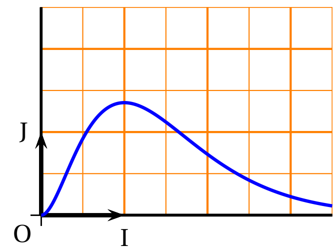
Courbe n° 1



Courbe n° 2



Courbe n° 3

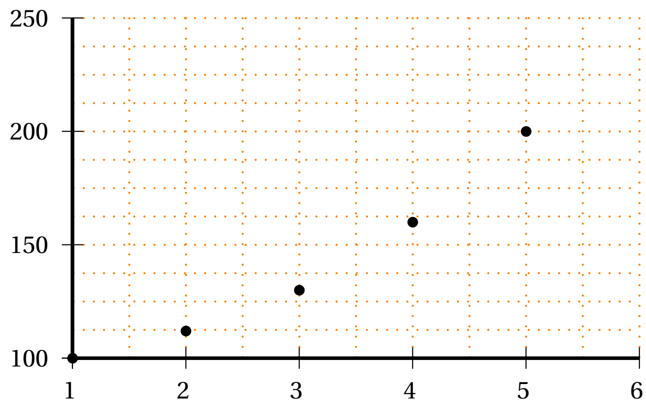


EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Un fournisseur d'accès à internet, souhaite faire une prévision du nombre de ses abonnés pour l'année 2005, il établit un relevé du nombre des abonnés des années 2000 à 2004.
Il affecte l'indice 100 à l'année 2000 pour établir la statistique des abonnés et consigne les données sur le tableau et le graphique ci-dessous :

Année	2000	2001	2002	2003	2004
Rang x_i	1	2	3	4	5
Indice y_i	100	112	130	160	200



Partie A

1. Le nombre d'abonnés était de 2 040 pour l'année 2000, de combien est-il pour l'année 2004 ?
2. Quel est le pourcentage d'augmentation du nombre d'abonnés entre 2003 et 2004 ?
3. Quelle est l'équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés ?
4. Quelles prévisions du nombre d'abonnés peut-on faire pour les années 2005 et 2010 ?
   On arrondira à l'entier le plus proche.

Partie B

Le fournisseur décide d'utiliser un changement de variable pour obtenir un autre ajustement, il crée un nouveau tableau en posant $Y = \ln(y)$.

1. Recopier et compléter le tableau. *On donnera des valeurs approchées à* 10^{-2}.

x_i	1	2	3	4	5
$Y_i = \ln y_i$					

2. Dans le plan muni d'un repère, construire le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ Y_i)$ et la droite de régression de Y en x donnée par l'équation : $Y = 0,17x + 4,39$.
3. Exprimer le nombre d'abonnés n_i en fonction du rang x_i de l'année.
4. En déduire une nouvelle prévision du nombre d'abonnés pour les années 2005 et 2010.

Exercice 2 **5 points**

Pour les candidats ayant suivi la spécialité mathématique

Utiliser le DOCUMENT RÉPONSE DONNÉ EN ANNEXE

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$, on désigne par $\mathscr{S}$ l'ensemble des points $M(x\ ;\ y\ ;\ z)$ de l'espace tel que $z = 3xy$. On dit $\mathscr{S}$ est la surface d'équation $z = 3xy$.
Une courbe de niveau de cote z_0 est l'intersection d'un plan d'équation $z = z_0$, parallèle au plan $(x\text{O}y)$ avec la surface $\mathscr{S}$. On définit de façon identique une courbe de niveau d'abscisse x_0 et une courbe de niveau d'ordonnée y_0.

1. Soient les courbes de niveau d'abscisse 1, d'abscisse $\dfrac{3}{2}$ et d'abscisse 2.

Tracer les projections orthogonales de ces courbes de niveau dans le plan $(y\text{O}z)$ sur la figure 1 du document réponse.

2. **a.** Quelle est la nature des courbes de niveau d'abscisse constante ?

b. Montrer que les courbes de niveau de cote constante non nulle sont des hyperboles.

3. Sur la figure 2 sont représentées trois courbes $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$ représentant les projections orthogonales dans le plan $(x\text{O}y)$ de trois courbes de niveau de cote constante k.

Préciser, en le justifiant, la valeur de k associée à chaque courbe.

4. Le point A$'$ représenté sur la courbe $\mathscr{C}_2$ de la figure 2 est la projection orthogonale dans le plan $(x\text{O}y)$ d'un point A$(x\ ;\ y\ ;\ z)$, de la surface $\mathscr{S}$.

a. Déterminer les coordonnées du point A dans le repère $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$.

b. Préciser les coordonnées du point A$''$, projeté orthogonal de A dans le plan $(y\text{O}z)$, puis placer ce point A$''$ sur la figure 1.

5. Soit $\mathscr{P}$ le plan d'équation $3x + 6y - z - 6 = 0$.

a. Montrer que le point A appartient au plan $\mathscr{P}$.

b. Montrer que le plan $\mathscr{P}$ contient la courbe de niveau d'abscisse 2.

c. Démontrer que l'intersection de la surface $\mathscr{S}$ et du plan $\mathscr{P}$ est la réunion de deux droites : la courbe de niveau d'abscisse 2 et une autre droite que l'on déterminera par un système d'équations cartésiennes.

On pourra utiliser la factorisation $x + 2y - xy - 2 = (x - 2)(1 - y)$.

Exercice 3 **5 points**

Commun à tous les candidats

Tableau d'informations *n*° 1

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
Signe de $u(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $u'(x)$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	

Le tableau d'informations n° 1 ci-dessus fournit des informations sur une fonction u définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.

1. Établir un tableau des variations de la fonction u.

On considère maintenant les fonctions f et g définies par $f(x) = \ln[u(x)]$ et $g(x) = \text{e}^{u(x)}$ où u désigne la fonction de la question précédente.

2. **a.** Une des deux affirmations suivantes est fausse, laquelle ? Justifier en précisant le bon ensemble de définition :

Affirmation 1 : « La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ » ;

Affirmation 2 : « La fonction g est définie sur $\mathbb{R}$ ».

b. Donner les variations des fonctions f et g. Énoncer le(s) théorème(s) utilisé(s).

c. Déterminer, en justifiant avec soin, $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x > 2}} f(x)$

d. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $g(x) = 1$.

3. Voici d'autres informations relatives à la fonction u et à sa dérivée u'.

Tableau d'informations *n*° 2.

x	-2	0	$\dfrac{1}{2}$	2	3
$u(x)$	4	-2	$-\dfrac{9}{4}$	0	4
$u'(x)$	-5	1	0	3	5

Terminer chacune des deux phrases **a.** et **b.** par la réponse qui vous semble exacte, parmi celles proposées dans les cadres ci-dessous, en justifiant votre choix.

a. La tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 2 est parallèle :

• à l'axe des abscisses	• à la droite d'équation $y = x$	• à la droite d'équation $y = 3x$

b. Le nombre $f'(-2)$:

• n'existe pas	• vaut -20	• vaut $-\frac{4}{5}$	• vaut $-\frac{5}{4}$	• vaut $\frac{5}{4}$

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

On propose aux élèves, Quentin, Nicolas et Lucien de répondre à un Q.C.M. comportant quatre questions dont voici le barème et les instructions :

Pour chaque question, une seule des quatre propositions A, B, C ou D est exacte.

L'élève recopie sur sa feuille une grille de réponses présentée comme ci-dessous :

Question	Réponse : A, B, C, D
1	
2	
3	
4	

Une bonne réponse rapporte 1 point; une mauvaise réponse enlève 0,5 point.
L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.
Si le total de points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.
Les trois candidats répondent correctement à la première question.

1. Quentin choisit de ne pas répondre à la question n° 2 et de donner une réponse à chacune des deux dernières questions, en choisissant au hasard et de façon équiprobable, l'une des quatre réponses proposées.
   a. Quelles notes peut-il obtenir à ce Q.C.M.?
   b. Combien de grilles différentes peut-il remplir?
   c. Quelle probabilité a-t-il de ne faire aucune faute?
   d. Quelle probabilité a-t-il de faire deux fautes?
   e. Construire un tableau qui associe, à chaque total de points, sa probabilité. En déduire l'espérance mathématique de la note obtenue.
2. Nicolas adopte la stratégie de donner une réponse à chacune des trois dernières questions en choisissant au hasard et de façon équiprobable l'une des quatre réponses proposées.
   a. Quelles notes peut-il obtenir à ce Q.C.M.?
   b. Combien de grilles différentes peut-il remplir?
   c. Quelle probabilité a-t-il de ne faire aucune faute?
   d. Quelle probabilité a-t-il de faire trois fautes?
   e. Construire un tableau qui associe, à chaque total de points, sa probabilité. En déduire l'espérance mathématique de la note obtenue.
3. Lucien choisit de ne répondre à aucune des trois dernières questions.
   Classer les stratégies de Quentin, Nicolas et Lucien.

ANNEXE

DOCUMENT RÉPONSE À RENDRE AVEC LA COPIE
(Exercice 2 spécialité)

Figure 1

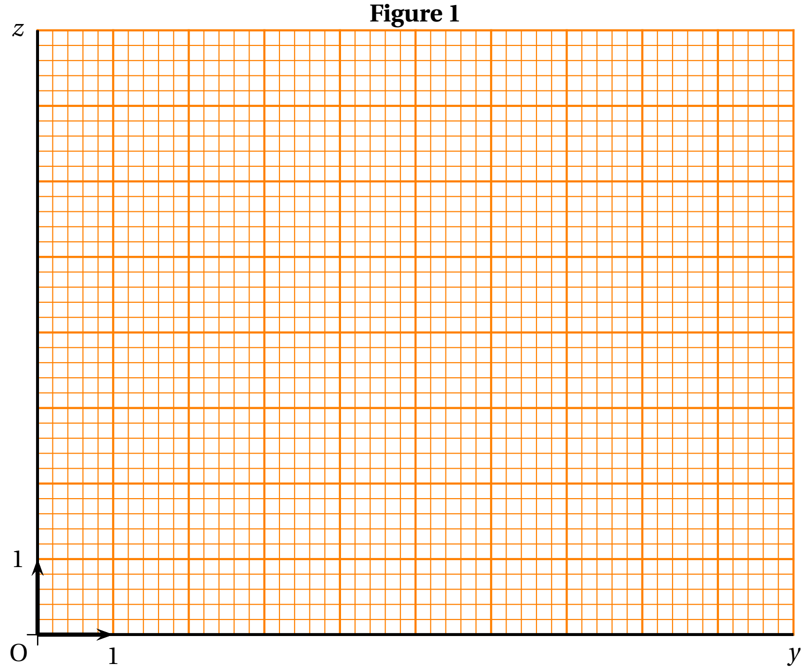


Figure 2