Corrigé du baccalauréat ES Liban 6 juin 2005

EXERCICE 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

1. **a.** La fonction g croit de $g(0) = 0$ à $g(1) = 2$, puis décroit de $g(1)$ à $g(3,5) \approx 1,2$.

   b. $g'(0)$ est le coefficient directeur de la droite (OA) égal à : $\dfrac{2-0}{0,5-0} = 4$;

   $g'(1) = 0$ car la tangente en B est horizontale.

   c. On lit C(1,75 ; 1,75).

   d. $y = x$ est une équation de la droite (OC). La courbe est au dessus de la droite (OC) pour $0 \leqslant x < 1,75$.

2. $\left\{\begin{array}{ccccc} 0 & \leqslant & x & & 1 \\ 0 & \leqslant & y & & g(x) \end{array}\right.$. Soit D le point de coordonnées (0,25 ; 1).

   L'aire de S est supérieure à celle du polygone ODBI qui se décompose en :

   – l'aire du trapèze de base [OI] et de hauteur 1, dont l'aire est : $\dfrac{1+0,75}{2} \times 1 = 0,875$ et

   – l'aire du triangle de côtés 1 et 0,75 dont l'aire est égale à : $\dfrac{1 \times 0,75}{2} = 0,375$.

   On a donc $0,875 + 0,375 < S$, soit $1,15 < S$.

   L'aire de S est inférieure à celle du polygone OABI qui est égale à : $\dfrac{1+0,5}{2} \times 2 = 1,5$.

   On a donc en unités d'aire : $1,15 < S < 1,5$, soit en centimètres carrés :

   $4,6 < S < 6$.

3. • La courbe n° 3 ne peut convenir : elle est la courbe d'une fonction croissante puis décroissante, donc sa dérivée qui est g devrait être positive puis négative, ce qui n'est pas le cas.

   • La courbe n° 1 ne peut convenir : le nombre dérivé de la fonction devrait être nul puisque la primitive doit s'annuler en 0. Reste donc la courbe n° 2.

EXERCICE 2 **5 points**

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

1. De 2000 à 2004 l'indice a doublé ; il y avait donc en 2004 : $2 \times 2040 = 4080$.
2. Le pourcentage d'augmentation du nombre d'abonnés entre 2003 et 2004 est égal à : $\dfrac{200-160}{160} \times 100 = \dfrac{40}{160} \times 100 = 25\,\%$.
3. La calculatrice donne comme équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés : $y = 24,8x + 66$.
4. 2005 correspond au rang 6, d'où $y = 24,8 \times 6 + 66 = 214,8$. On peut donc prévoir en 2005 $214,8 \times \dfrac{2040}{100} \approx 4382$ abonnés.

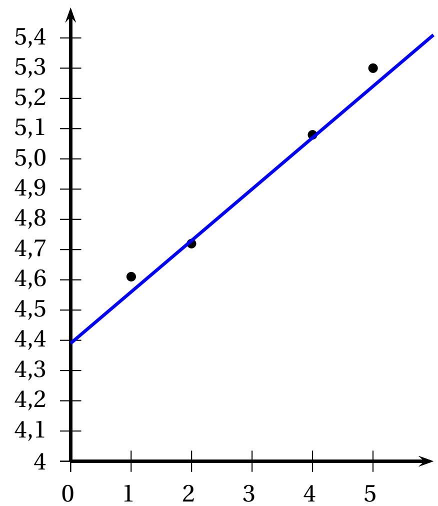
   2011 correspond au rang 11, d'où $y = 24,8 \times 11 + 66 = 338,8$. On peut donc prévoir en 2011 $338,8 \times \dfrac{2040}{100} \approx 6912$ abonnés.

Partie B

1.

x_i	1	2	3	4	5
$Y_i = \ln y_i$	4,61	4,72	4,87	5,08	5,30

2.



3. On a donc $Y = \ln y = 0,17x + 4,39 \iff y = \mathrm{e}^{0,17x+4,39} = \mathrm{e}^{4,39} \times \mathrm{e}^{0,17x}$.
Or $\mathrm{e}^{4,39} \approx 80,6$, donc $y = 80,6 \times \mathrm{e}^{0,17x}$.

Le nombre d'abonnés est donc égale à $n = 80,6 \times \dfrac{2\,040}{100}\mathrm{e}^{0,17x} \approx 1\,645\mathrm{e}^{0,17x}$.

4. Avec ce modèle :

- 2005 correspond au rang 6, d'où $n \approx 1\,645\mathrm{e}^{0,17\times 6} \approx 4\,561,9$. On peut donc prévoir en 2005 4 562 abonnés.
- 2011 correspond au rang 11, d'où $n \approx 1\,645\mathrm{e}^{0,17\times 11} \approx 10\,673,1$. On peut donc prévoir en 2011 10 673 abonnés.

EXERCICE 2 **5 points**
Pour les candidats ayant suivi la spécialité mathématique

1. Voir le document réponse.

- Si $x = 1$, alors $z = 3y$: la projection orthogonale dans le plan $(y\mathrm{O}z)$ est la droite d'équation $z = 3y$;
- Si $x = \frac{3}{2}$, alors $z = \frac{9}{2}y$: la projection orthogonale dans le plan $(y\mathrm{O}z)$ est la droite d'équation $z = \frac{9}{2}y$;
- Si $x = 2$, alors $z = 6y$: la projection orthogonale dans le plan $(y\mathrm{O}z)$ est la droite d'équation $z = 6y$.

2. a. Si $x = k$, avec $k \in \mathbb{R}$, les coordonnées des points de la courbe de niveau vérifient :
$\left\{\begin{array}{l c l} x & = & k\\ z & = & 3xy\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{l c l} x & = & k\\ z & = & 3ky\end{array}\right.$: c'est dans le plan d'équation $x = k$ l'équation de la droite d'équation $z = 3ky$.

b. Si $z = k$, avec $k \in \mathbb{R}$, les coordonnées des points de la courbe de niveau vérifient :

$\left\{\begin{array}{rcr} z & = & k \\ z & = & 3xy \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{rcr} z & = & k \\ k & = & 3xy \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{rcr} z & = & k \\ y & = & \dfrac{k}{3x} \end{array}\right.$ (avec x non nul) : c'est dans le plan d'équation $z = k$ l'équation de l'hyperbole d'équation $y = \dfrac{k}{3x}$.

3. • La courbe $\mathscr{C}_1$ contient le point de coordonnées $(1\,;\,1)$: on a donc d'après la question précédente $k = 3 \times 1 \times 1 = 3$;

• La courbe $\mathscr{C}_2$ contient le point de coordonnées $(1\,;\,2)$: on a donc d'après la question précédente $k = 3 \times 1 \times 2 = 6$;

• La courbe $\mathscr{C}_3$ contient le point de coordonnées $(1\,;\,3)$: on a donc d'après la question précédente $k = 3 \times 1 \times 3 = 9$;

4. a. Les coordonnées de A$'$ sont $(2\,;\,1)$, donc $\mathrm{A}(2\,;\,1\,;\,z)$, mais comme $\mathrm{A}' \in \mathscr{C}_2$, d'après la question précédente, $k = 6$, donc $\mathrm{A}(2\,;\,1\,;\,6)$.

b. Le projeté A$''$ de A sur le plan $(y\mathrm{O}z)$ a pour coordonnées $(0\,;\,1\,;\,6)$, soit dans le plan $(y\mathrm{O}z)$ comme coordonnées $(1\,;\,6)$. Voir la figure à la fin.

5. a. $\mathrm{A}(2\,;\,1\,;\,6) \in \mathscr{P} \iff 3 \times 2 + 6 \times 1 - 6 - 6 = 0 \iff 12 - 12 = 0$: vraie.

b. Un point de la courbe de niveau d'abscisse 2 a pour coordonnées $x = 2$ et $z = 6y$.

Or $3 \times 2 + 6y - 6y - 6 = 0$ est vraie, donc le plan $\mathscr{P}$ contient la courbe de niveau d'abscisse 2.

c. Soit un point $M(x\,;\,y\,;\,z)$ un point de l'intersection ; ses coordonnées vérifient donc les les équations des deux surfaces ;

$\left\{\begin{array}{lcr} z & = & 3xy \\ 3x + 6y - z - 6 & = & 0 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcr} z & = & 3xy \\ 3x + 6y - 3xy - 6 & = & 0 \end{array}\right.$.

Soit avec l'indication fournie :

$\left\{\begin{array}{lcr} z & = & 3xy \\ (x-2) - y(x-2) & = & 0 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcr} z & = & 3xy \\ (x-2)(1-y) & = & 0 \end{array}\right.$. On a donc deux possibilités :

• $\left\{\begin{array}{lcr} z & = & 3xy \\ (x-2) & = & 0 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcr} z & = & 6y \\ x & = & 2 \end{array}\right.$: on reconnait la courbe de niveau d'abscisse 2, soit

• $\left\{\begin{array}{lcr} z & = & 3xy \\ (1-y) & = & 0 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcr} z & = & 3x \\ y & = & 1 \end{array}\right.$: on reconnait la courbe de niveau d'ordonnée 1 qui est une droite.

EXERCICE 3 — 5 points

Commun à tous les candidats

1.

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
u'		$-$	0	$+$	
		$\searrow$		$\nearrow$	

2. a. L'affirmation est fausse car sur l'intervalle $\left]-1\,;\,\frac{1}{2}\right[$ on a $u(x) < 0$; la fonction f n'est donc pas définie sur cet intervalle.

L'affirmation est vraie car la fonction e^{u} est définie quelle que soit la fonction u définie sur $\mathbb{R}$.

b. Les fonctions ln et exp étant croissantes les variations des fonctions f et g sont les mêmes que celles de la fonction u.

Seule différence pour la fonction f, elle n'est pas définie sur l'intervalle $]-1\ ;\ \frac{1}{2}[$.

c. On sait que $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x>2}} u(x) = 0$, donc $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x>2}} \ln[u(x)] = -\infty$.

d. $g(x) = 1 \iff \mathrm{e}^{u(x)} = 1 \iff u(x) = 0$. Le tableau d'informations indique deux solutions : -1 et 2.

3. a. On a $g'(x) = u'(x) \times \mathrm{e}^{u(x)}$; en particulier $g'(2) = u'(2) \times \mathrm{e}^{u(2)} = 3 \times \mathrm{e}^{0} = 3 \times 1 = 3$. Donc la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 2 est parallèle à la droite d'équation $y = 3x$.

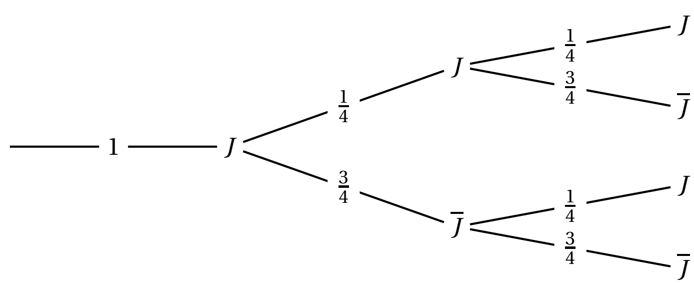
b. Le nombre $f'(-2)$:

On a pour $u(x) > 0$, $\quad f'(x) = \dfrac{u'(x)}{u(x)}$, donc en particulier $f'(-2) = \dfrac{-5}{4}$.

EXERCICE 4 **6 points**

Commun à tous les candidats

1. a.



On obtient respectivement : 3, 1,5, 1,5, 0 point(s).

b. Il peut remplir $4 \times 4 = 16$ grilles différentes

c. La probabilité de ne faire aucune faute sur ses trois réponses est $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$.

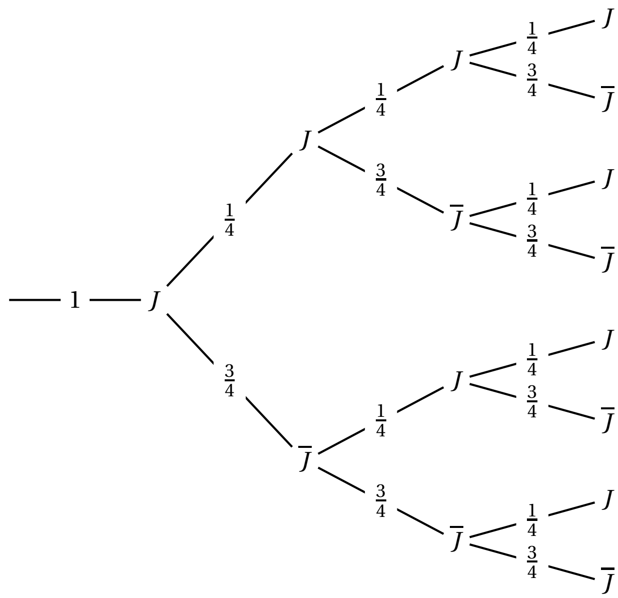
d. La probabilité de faire deux fautes est égale à $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$.

e.

point(s)	3	1,5	0
probabilité	$\frac{1}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{9}{16}$

L'espérance de cette loi est égale à : $3 \times \frac{1}{16} + 1,5 \times \frac{6}{16} + 0 \times \frac{9}{16} = \frac{3+9}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} = 0,75$ (point)

2. a.



Il peut obtenir 4 points avec 4 bonnes réponses, 2,5 points avec trois bonnes réponses, 1 point avec deux bonnes réponses et 0 point avec moins de deux bonnes réponses.

b. Il peut remplir $4 \times 4 \times 4 = 64$ grilles différentes.

c. La probabilité de ne faire aucune faute est égale à $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$.

d. La probabilité de faire trois fautes est égale à $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$.

e.

point(s)	4	2,5	1	0
probabilité	$\frac{1}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{27}{64}$

L'espérance mathématique est égale à : $4 \times \frac{1}{64} + 2,5 \times \frac{9}{64} + 1 \times \frac{27}{64} + 0 \times \frac{27}{64} = \frac{4+22,5+27}{64} = \frac{53,5}{64} \approx 0,84$ (point).

3. Lucien aura 1 point. En terme de probabilité Lucien aura plus de point que Nicolas qui en aura plus que Quentin.

ANNEXE

DOCUMENT RÉPONSE À RENDRE AVEC LA COPIE

(Exercice 2 spécialité)

Figure 1

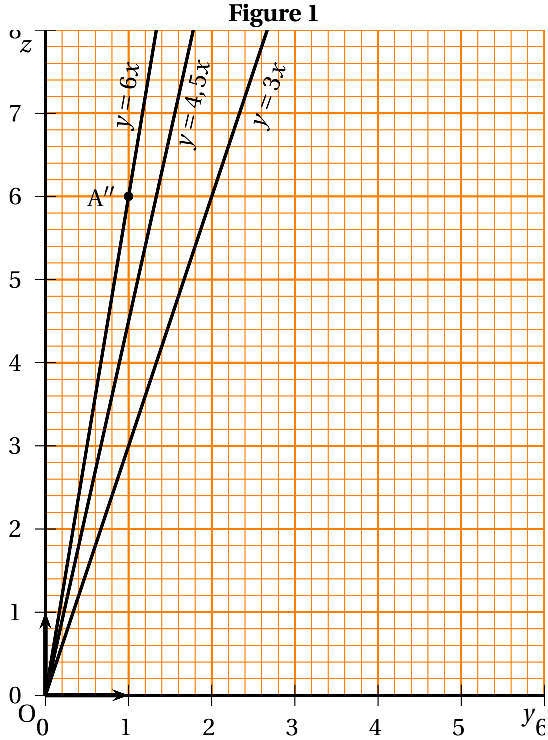


Figure 2